



2022 International Summer Courses on Analysis, Algebra and Computation



Summary Report

China·Nanjing

Aug. 8 – Sep.2, 2022



Introduction of SEU 2022 International Summer School Program



Understanding the Advanced Analysis, Algebra and Computation

Course 1: Selected Topics in Modern Mathematics

- Hours/Credits: 24 hours/ 1 credit
- Lecturer: Professor Alastair Rucklidge (Leeds University)
- Objectives: After this course, students should learn how to formulate and analyze variational problems and be able to apply the Calculus of Variations to a range of minimization problems in physics and mechanics.

Time Period

Aug. 8 –Sept. 2, 2022
Online Teaching

Requirements

Mainly for college sophomore or above with major in science and engineering

Course 2: Selected Topics in Advanced Algebra

- Hours/Credits: 32 hours/ 1.5 credit
- Lecturer: Prof. Dragana S. Cvetković-Ilić (University of Niš)
- Objectives: After the course, students will be familiar with the basic knowledge of the theory of generalized inverses and its possible applications, and be able to follow certain more advanced topics from this field.

Number of Participants

250 SEU students,
50 international students

Application Deadline

Jun. 30, 2022

Course 3: Selected Topics in Frontier of Scientific Computation

- Hours/Credits: 24 hours/ 1 credit
- Lecturer: Prof. Maxim A. Shishlenin (Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, RAS)
- Objectives: After this course, students should be able to understand the concept of ill-posed and inverse problems, master the regularization methods for inverse problems and understand the applications of ill-posed and inverse problems.

Host & Organizer

Southeast University /
School of Mathematics

Contact Information

Dr. Zhao Xuan /
101012007@seu.edu.cn



Contents

Course 1: Selected Topics in Modern Mathematics.....	4
Course 2: Selected Topics in Advanced Algebra.....	10
Course 3: Selected Topics in Frontier of Scientific Computation	16

COURSE 1: SELECTED TOPICS IN MODERN MATHEMATICS

Hours/Credits 24 hours (August 8 - September 2, 2022) / 1 credit

Tues. 18:30-20:55, Thu. 18:30-20:55

Onsite + Online Platform: Zoom + QQ

Description

After this course, students should learn how to formula variational problems and be able to apply the Calculus of Variations to a range of minimization problems in physics and mechanics

The calculus of variations concerns problems in which one wishes to find the extrema (usually the minima) of some quantity over a system that has functional degrees of freedom. Many important problems arise in this way across pure and applied mathematics and physics. In this course it is shown that such variational problems give rise to a system of differential equations, the Euler-Lagrange equations. These equations, which have far reaching applications, and the techniques for their solution, will be studied in detail.

Instructor

Professor Alastair Rucklidge (Leeds University)

Homepage: <http://www1.maths.leeds.ac.uk/~alastair/>



主讲人: Prof. Alastair
Rucklidge

英国利兹大学数学系教授，博士生导师，曾担任数学系系主任。研究方向为模式生成、非线性动力学、复杂系统等，发表 50 多篇学术论文，并参与编写 1 部学术专著。曾教授应用数学简介、常微分方程、动力系统、变分法等课程。

PREREQUISITES

Calculus

COURSE OBJECTIVES

Students will:

- learn how to formulate and analyze variational problems;
- be able to apply the Calculus of Variations to a range of minimization problems in physics and mechanics.

CLASS SCHEDULE

Day	Contents
Aug. 9	Introduction; The Euler–Lagrange equation;
Aug. 11	The Brachistochrone;
Aug. 16	The Propagation of Light Rays ;
Aug. 18	Extensions of the Basic Theory;
Aug. 23	Calculating the second variation; Legendre’s condition;
Aug. 25	Constrained Problems; Isoperimetric problems
Aug. 30	The hanging chain; Local constraints;
Sep. 1	Final exam.

FEEDBACK FROM STUDENTS**COMMENT 1**

在“现代数学选讲”课程的学习过程中，我学到了很多，也有过和老师同学互动交流的机会，并感觉非常满足和快乐。课程每个步骤都安排正确，我们在这个课程上都感觉学到了很多，并没有什么需要改变的地方，谢谢老师的帮助和耐心讲解。

COMMENT 2

对我来说，“现代数学选讲”是一门很有收获的暑期课程。一方面，我了解了变分法的相关知识；另一方面，我觉得也是更重要的，是感受了真正的英语教学，丰富了体验，开阔了视野。我也很喜欢这位英国教授，是一个很有趣的老师，授课也很清晰。（当然，如果教授能一直亲自授课，而不是后来视频录播，那肯定会更好。）另外，作为研讨课，还是希望课程能创造更多交流研讨的机会，尤其是和外教老师直接交流的机会。

COMMENT 3

听了这门暑期课程我收获颇多，但是在学习过程中，听外国老师的全英文授课还是稍微有些困难，本身课程就有些难度，加上听英文授课听的不是很习惯，我们需要在课下花更多的时间来学。另外线下讲课时也是用的英文，我觉得老师可以使用英文板书，但是主要使用中文讲解，这样我们在熟悉英文的同时也更容易理解教学内容。

COMMENT 4

在课程的设置上,我觉得数学内容简单而有趣,并让同学们提前熟悉了泛函的定义和变分法的一些处理方式,复习了常微分方程、格林公式和极值求解与判定的相关知识,对于同学们专业英语能力的提升和接下来的课程学习都有较好的促进效果。且对于课上知识的拓展的提醒也使同学们能利用暑期学校考核要求相对平时更简单这一点进行更充分的思考。

但是在我的观察中,有很多同学没能利用好这次课程。特别是对于英语能力足够而在数学本身的学习上不太感兴趣的同学,可能会轻率地认为课程设置的简单是暑期学校应有的状态,因为疫情而导致的教学和研讨上的变化使这一问题没能得到及时的处理。可能有很多同学直到线下课老师提醒才注意到自己态度的问题。

我能想到的主要方法是通过小组研讨来尽量解决这一问题。我根据自己的经验认为先由老师随机组建5到6人的小组,之后给予时间让同学们在保持人数波动不大的情况下自行调整(比如有些小组成员关系不和、能力差距较大或对自己小组的能力没有信心时可以自行与其他小组商讨调整队员)。在研讨效果上通过让小组提交在一段时间内的讨论成果来检验。讨论成果可以是对课堂学习内容的认识;对某个定义、性质或方法等内容理解的更新;一些成员学习能力的提升或思维方式的拓展;同学们自行对觉得有趣的部分的讨论过程或结果等。建议标注观念更新的同学有哪些、又是哪些同学提出新的想法,不建议让同学们完成更具体的作业,那样的结果似乎往往是部分能力强的同学完成大部分作业,有些同学也可能因个人原因几乎不参加小组研讨。提醒同学们尽量在课后做到及时研讨和自由研讨相结合,课后及时解决问题,平时另寻时间交换想法。

关于网上授课同学们容易出现注意力不集中等现象,我的想法是堵不如疏。如果我们加大课堂上的焦虑情绪,或许可以使同学们注意力回归课堂,但焦虑的状态不利于人的记忆和认识的更新,这样可能会导致课堂上同学们可以回答问题,但有意义的收获很少。在暑期学校中不如通过保留教学视频的方式方便同学们自学,而将更多的精力置于研讨,如有意举例向同学们讲述研讨可以达到的效果。

以上是我个人对我们暑期学校国际交流课程的理解与建议,希望能对课程的发展有些许提醒作用。

COMMENT 5

课程几乎全英文,利用暑期短学期锻炼同学们用英语表达数学的能力。优点有很多就不赘述了,主要说下我感觉到的问题:

1. 课程内容

教授讲解地非常详细，但是由于部分内容是用视频播放，而且老师没有将视频发放出来，所以感觉视频播放的那一部分内容效果不是很好，笔记很多来不及记录

2. 课后作业

作业没有及时批改，而且答案发放太晚，时间来不及的话可以每次批改一部分，如果还不行就让大家拍照上传并在ddl结束时及时发放答案。最好能将错误较多的地方进行讲解

3. 课堂小练

上课时课堂小练时间较为仓促，效果不好而且没有效率，非常耽误课堂时间，还不如早点下课当成课后习题

4. 考试

感觉最后考试大家做的不尽如人意，我认为主要原因并不完全是不会做，还有两个，一是考试题目和课程内容关联不大，而且平时课堂小练和课后作业题型完全不同；二是考试题目没有表达清楚。比如第一题，首先平时做的题全部都是解欧拉方程，但是那道题是要对函数进行分析和探讨，导致我以为是解不出来微分方程，大部分精力和时间都在解方程，第二题同理。

如果想提高大家对泛函的分析和研究探讨能力，可以在平时作业中加入一些有深度的思考题，或者在教授讲解完毕后提出一些引申性的问题，就像考试题第一问那种，引导大家思考和讨论。这样既解决了教授讲完后还没下课的尴尬，也可以更高效地利用课堂时间。

考试过后和其他人交流，有人甚至没有理解全局极值和局部极值是什么意思。大家平时接受的说法都是极值和最值，虽然老师已经将英文翻译给大家，但是教授上课时好像也没有解释全局极值和局部极值的区别就是极值和最值。这给大家造成了不小的困惑。归根到底还是由于大家对数学名词的英文表示接触较少，希望老师之后可以尽量解释清楚。

FEEDBACK FROM TEACHERS

《现代数学选讲》是在数学专业本科生二年级结束时开设的一门课程。课程采用了邀请国外专家共同上课、线上线下相结合的教学方式。主讲人通过选取“变分法”这一难度适中的主题，介绍分析学基础课程的理论应用，一方面对之前所学知识进行融会贯通，另一方面为后续课程学习做好铺垫。

课程引进了 Alastair Rucklidge 教授在利兹大学给本科生讲授变分法时的全套课程资源，包括讲义、习题、解答、讲课视频等。前三周是 Alastair Rucklidge 教授在线授课，后五周是主讲教师结合已有的线上资源进行线上线下

混合式授课。线下授课时，教师播放授课视频，对疑难点进行重点阐释，并组织学生们进行英文研讨。

课程采用作业成绩和结课考试成绩各占一半的考核方式。总体而言，课程基本上达到了预期的教学目标。从学生们的反馈来看，他们对于课程的教学过程进行了认真细致的思考，并提出了很好的反馈意见和建议，这让我受益匪浅。在课程资源的准备方面，应该说已经比较完善。但是在教学实施中，还有很多值得推敲。在线上线下相结合的教学过程中，以下几点值得今后关注：保障线上教学的流畅度、提供可重复观看的视频资源（本次课程由于版权问题没有提供给学生）、对于学生作业和问题进行及时反馈、组织学生进行积极有效的互动。对于点名式的在线互动，虽然教师可以通过这个来促进学生的课堂参与度，但是可能会引起学生心理不适，建议谨慎使用。

minimise time from A to B

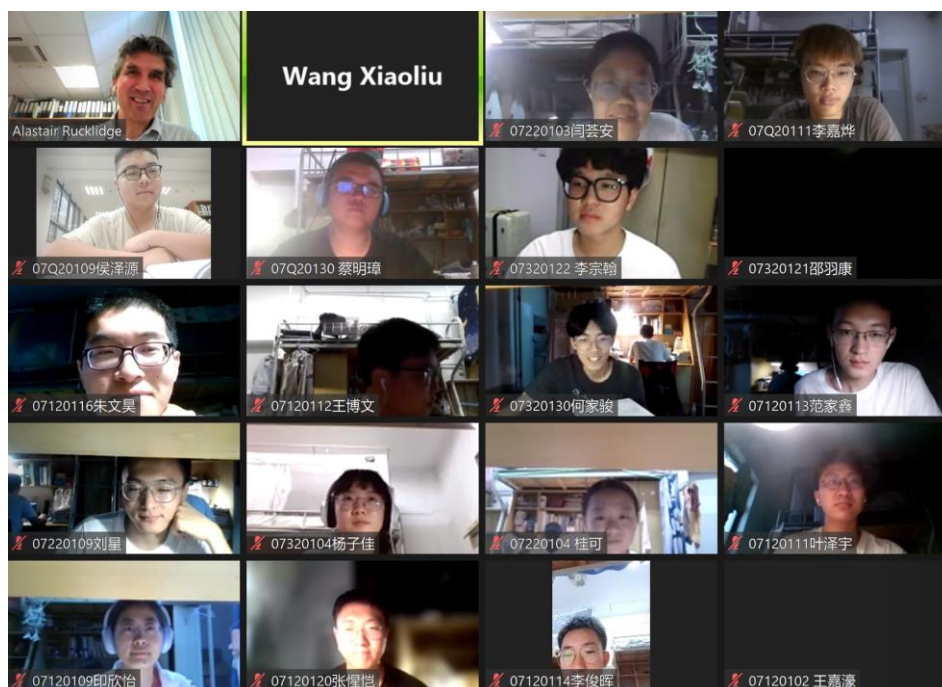
$$x = x_0 + a(\theta - \sin\theta)$$

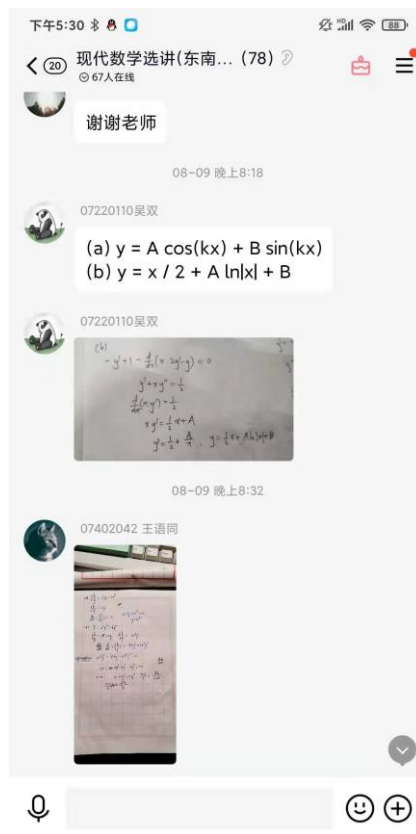
$$y = y_0 + a(1 - \cos\theta)$$

with $v_0 = v_1 = \frac{v_1^2}{2g}$

x_1, y_1, v_1, x_2, y_2 given, $x_0, a, \theta_1, \theta_2$ unknown
 $\rightarrow 4$ equations for 4 unknowns.

These can be (partly) solved in the special case $v_1 = 0$





COURSE 2: SELECTED TOPICS IN ADVANCED ALGEBRA

Hours/Credits

32 hours (August 8 - September 2, 2022)/ 1.5 credit

Mon. 14:00-16:35, Wed. 18:30-20:55, Fri.14:00-16:35 (online &
Mon. 14:00-16:35, Wed. 18:30-20:05 for last week)

Platform: Tencent Meeting + QQ

Description

In this course, the students will be introduced to the basics of the theory of generalized inverses, the field that has grown much in the last years and is still growing. A lot of illustrations of the theory will be presented with applications in many areas. We will provide an overview of different classes of generalized inverses, their characterizations, different presentations and properties as well as their applicability to different problems inside and outside of mathematics.

After the course, students will be familiar with the basic knowledge of the theory of generalized inverses and its possible applications, and be able to follow certain more advanced topics from this field.

Instructor

Dragana S. Cvetković-Ilić (University of Niš)

Homepage: <https://www.pmf.ni.ac.rs/Dragana/index.html>



主讲人: Prof. Dragana S.
Cvetković-Ilić

塞尔维亚 Nis 大学数学系教授，国际线性代数学会 (ILAS) 董事会成员 (Member of the Board of Directors)，2004 年在 Nis 大学获得博士学位，现兼任湖北师范大学特聘教授，上海大学名誉教授，《J. Comput. Appl. Math.》、《Annals Funct. Anal.》、《FILOMAT》等学术期刊编委。主要研究方向为广义逆理论及其应用。在《Proc. Amer. Math. Soc.》、《Acta Math. Sci.》、《Linear Algebra Appl.》、《App. Math. Comp.》、《Linear & Multilinear Algebra》等国际著名杂志上发表学术论文 80 余篇，并被国际同行引用 500 多次。2010 年获得塞尔维亚“女科学家奖”，2014 年获得塞尔维亚数学会“数学科学成就奖”。

PREREQUISITES

Only elementary knowledge of linear algebra is assumed.

COURSE OBJECTIVES

After this course, students should

- be familiar with the basic knowledge of the theory of generalized inverses and its possible applications,
- be able to follow certain more advanced topics from this field.

CLASS SCHEDULE

Day	Contents
August 8	Historical note. Preliminaries: vector spaces, linear transformations, matrix representations, full-rank factorization, idempotents and projectors, adjoints
August 10	Different classes of generalized inverses. Construction of $\{1\}$ -inverses and their properties. Existence and construction of $\{1, 2\}$ -inverses. Existence and construction of $\{1, 2, 3\}$ -, $\{1, 2, 4\}$ - and $\{1, 2, 3, 4\}$ -inverses
August 12	Explicit formula for Moore-Penrose inverse. Construction of $\{2\}$ -inverses of prescribed rank. Diversity of generalized inverses and their different characterizations
August 15	Applications: Solvability of different linear systems and representations of their solutions. An application of $\{2\}$ -inverses in iterative methods for solving nonlinear equations. A $\{1, 2\}$ -inverse for the integral solution of linear equations
August 17	The Bott–Duffin inverse. An application of the Bott–Duffin inverse to electrical networks
August 19	Minimal Properties of Generalized Inverses. Least–squares solutions of inconsistent linear systems. Solutions of minimum norm
August 22	Spectral Generalized Inverses. Spectral properties of a nonsingular matrix. Spectral inverse of a diagonalizable matrix
August 24	The group inverse. Spectral properties of the group inverse. The Drazin inverse.
August 26	Spectral properties of the Drazin inverse. Index 1–nilpotent decomposition of a square matrix.
August 29	Computation and expression of the Drazin inverse.
August 31	Review and discussion.

FEEDBACK FROM STUDENTS

COMMENT 1

After the study in summer course, as well as reading the relevant literature and books review, I learned about the concept of generalized inverse, and had a certain understanding of generalized inverse theory and related properties, which put me into the wide range of knowledge involved in the field of higher algebra, and also arouse my more interest in the field of algebra. At the same time, my logical reasoning ability, which is embodied in the proof of the theorem and lemma, has also been improved to some extent.

COMMENT 2

这次高等代数研学课程对我来说还挺有纪念意义的，毕竟这是 20 岁以来第一次上国外的老师且是全英语的课程，这对我来说是一个不小的挑战。开学的第一周因为疫情的原因没能返校，只能一个人在家里学习，独自上网课，起初还有些担心怕自己听不懂英语，还好张小向老师很负责，每节课课后都会上传录屏和笔记，在上课时也会用中文解释一些重点，同时我也能够感受到 Dragana 老师很贴心的放慢了语速，所以基本上在我第二周回到学校就适应了这样的上课模式，再加上返校后可以和同学交流，所以整个课程学习下来没有特别吃力。

在学习内容方面，不同于大一学习过的高代课程在实数域上讨论，此次暑期的课程将矩阵放在复数域上讨论，因为之前的课程中除了复变函数很少使用到复数，所以刚开始看到复矩阵还会有点不习惯，都是后来渐渐才习惯作业中复矩阵的运算。然后就是在学习过程中我真真切切体会到了代数的神奇，从 $\{1\}$ 逆开始向 MP 逆推广的时候，中间一些逆矩阵的构造真的好奇妙，当时真的是在边验证边感慨，后来老师也介绍了 MP 逆的一些应用，也让我体会到了代数在实际应用方面的重要性。大一在学习高代时就觉得存在逆矩阵要求太高了，在实际中的应用性不强，这次暑期的学习中了解到的伪逆矩阵让我的思维变得开阔了许多，也让我觉得代数好像没那么枯燥，今后也会尝试多看看代数相关的文章长长见识，代数真的是个神奇的东西。

COMMENT 3

In this course, we learned several definitions of generalized inverses of matrixes by several equations. That's interesting for me. Penrose described the properties that the inverse of an element should have by several equations, just like what we have learnt in physics. By adding equations he found the only one point in the space of linear transformations that satisfy the properties he mentioned.

COMMENT 4

Through learning this course, I began to think about how new theorems were conceived. In addition to some that can be deduced from the original theorems, we can remove a condition of the original theorem to observe whether the proposition is tenable, and consider whether new conditions can be added to get a better theorem. In this way, new discoveries may be made by disassembling or adding conditions to the original theorem. My way of thinking has been improved through this course.

COMMENT 5

知识的迁移也是尤为关键的一点。在这次的课程中，我们主要研究的是针对复数域 C 上的复矩阵的有关广义逆的知识。而在此之前，对于实数域上的矩阵的我们已有所研究，因此可以将实数域上一些矩阵已有的性质进行迁移比较，这能为研究复矩阵可能具有的性质提供思路。同时最需要注意的，是复矩阵与实矩阵在性质上有所不同的地方，这其中体现着复矩阵与实矩阵的区别。比如在实矩阵中不存在共轭这一概念，但在复矩阵中，共轭的存在十分重要，因此，共轭转置是研究复数矩阵一个非常重要的途径，需要时刻注意它与实矩阵中转置矩阵的区别。

COMMENT 6

本次的暑期学校带给我的收获有许多。比如和同学一起讨论问题，可以加深对概念的理解，比如给室友解释笔记上他不理解的地方，还可以互相发现证明中的漏洞与不足，然后进行修正，比如我发现他的一个推矩阵的秩不等号反了，然后他发现我把矩阵分成行向量再取转置时没有把行向量转置。暑期学校还锻炼了阅读英文文献的能力，了解到了广义逆的许多知识和一些数学思想方法，拓宽了考虑问题的思维方式。

COMMENT 7

In fact, the study of this course is not very easy for me because of the English teaching. Fortunately, Mr. Zhang explained in Chinese every time after Ms. Dragana finished lecture, which greatly helped me to understand what I had just learned. In addition, after each class, I can get the course screen recording and the teacher's manuscript so that I could review the knowledge again and again after the class to deepen my grasp of what I learned.

The study of this course made me appreciate more of the charm of Algebra. There are many knowledge about Algebra, and its application is very wide.

In the future study and life, I would also like to learn and understand more and more relevant knowledge to enrich myself.

COMMENT 8

This course, due to its short duration and high difficulty, requires not only to follow the course to study, but also to consult some materials by myself. In the process, I greatly exercised my self-learning ability. For example, some commonly used book resource websites and some techniques for searching keywords are gradually mastered in such a little exploration. In the future study, we may face more difficult problems, and face more open problems, which cannot be solved according to the script. I think this is a good start and will be of great help to future research work.

This course is a small part of the follow-up to advanced algebra, and it also triggered my thinking about the direction of personal follow-up study. Recently, I have also begun to consider seriously the direction of study. Combined with some of my extracurricular learning, I feel more interested in the direction of reinforcement learning.

FEEDBACK FROM TEACHERS

课程特色与优点

用很短的时间让学生了解广义逆理论的历史，并详细介绍了复矩阵的几种重要的广义逆的定义、性质、计算方法及其应用。让学生认识到大一阶段在《高等代数》知识（特别是矩阵的秩、满秩分解、抽象的线性空间和线性变换）的后续应用，同时体会了从实数域上的内积空间过渡到复数域上的内积空间时，有哪些新的知识需要注意。对学生的代数学思维起到了很好的强化作用。

通过本课程的学习，达到了很好的温故知新的效果。一方面加深了学生对已经学过的《高等代数》知识的理解，另一方面为进一步学习本科高年级以及研究生阶段的相关课程做了很好的铺垫。

COURSE 3: SELECTED TOPICS IN FRONTIER OF SCIENTIFIC COMPUTATION

Hours/Credits

24 hours (August 8 - September 2, 2022) / 1 credit

Mon. 9:50 – 12:15, Wed. 9:50 – 12:15

Online Platform: Zoom + QQ

Description

The main purpose and characteristic feature of this program is the accessibility of presentation and an attempt to cover the rapidly developing areas of the theory, numerical methods and applications of inverse and ill-posed problems as completely as possible.

First publications on inverse and ill-posed problems date back to the first half of the 20th century. Their subjects were related to physics (inverse problems of quantum scattering theory), geophysics (inverse problems of electrical prospecting, seismology, and potential theory), astronomy, and other areas of natural sciences. Since the advent of powerful computers, the area of application for the theory of inverse and ill-posed problems has extended to almost all fields of science that use mathematical methods.

In direct problems of mathematical physics, researchers try to find exact or approximate functions that describe various physical phenomena such as the propagation of sound, heat, seismic waves, electromagnetic waves, etc. In these problems, the media properties (expressed by the equation coefficients) and the initial state of the process under study (in the nonstationary case) or its properties on the boundary (in the case of a bounded domain and/or in the stationary case) are assumed to be known. However, it is precisely the media properties that are often unknown. This leads to inverse problems, in which it is required to determine the equation coefficients from the information about the solution of the direct problem. Most of these problems are ill-posed (unstable with respect to measurement errors). At the same time, the unknown equation coefficients usually represent important media properties such as density, electrical conductivity, heat conductivity, etc. Given such a wide variety of applications, it is no surprise that the theory and numerical methods of inverse and ill-posed problems has become one

of the most rapidly developing areas of modern science. Today it is almost impossible to estimate the total number of scientific publications that directly or indirectly deal with inverse and ill-posed problems. However, since the theory, numerical methods are relatively young, there are many terms are still not well-established, many important results are still being discussed and attempts are being made to improve them. New approaches, concepts, theorems, methods, algorithms and practical problems are constantly emerging.

The calculus of variations concerns problems in which one wishes to find the extrema (usually the minima) of some quantity over a system that has functional degrees of freedom. Many important problems arise in this way across pure and applied mathematics and physics. In this course it is shown that such variational problems give rise to a system of differential equations, the Euler-Lagrange equations. These equations, which have far reaching applications, and the techniques for their solution, will be studied in detail.

Instructor

Prof. Maxim A. Shishlenin (Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, RAS)

Homepage: <https://icmmg.nsc.ru/ru/content/employees/shishlenin-maksim-aleksandrovich>



主讲人: Prof. Maxim A. Shishlenin

Maxim A. Shishlenin, 2003 年博士毕业于俄罗斯科学院乌拉尔分院数学与力学研究所, 现任俄罗斯科学院新西伯利亚分院计算数学和数学地球物理研究所研究员, 国际知名反问题研究专家, 目前担任反问题专业刊物 *Journal of Inverse and Ill-posed Problems* 的执行主编和 *Numerical Analysis and Applications*, *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*, *Siberian Electronic Mathematical Reports* 等刊物的编委。

PREREQUISITES

Calculus, Linear Algebra, Differential Equations, Numerical Analysis. Students are strongly encouraged to use MATLAB for programming.

COURSE OBJECTIVES

After this course, students should be able to

- understand the concept of ill-posed and inverse problems;
- master the regularization methods for inverse problems;
- understand the applications of ill-posed and inverse problems.

CLASS SCHEDULE

Day	Contents
Aug. 8	Introduction to inverse and ill-posed problems. Definitions. Examples. Classifications.
Aug. 10	Continuation problem for Laplace and Helmholtz equation. Ill-posedness. Uniqueness and conditional stability. Optimization method. Singular values. Truncated SVD method. Gradient methods. Evaluation of conditional stability and strong convergence of gradient methods.
Aug. 15	Fredholm and Volterra integral equations. Regularization methods. Local well-posedness and the uniqueness theorem.
Aug. 17	The inverse acoustic problem. Reduction of the system of equations to the acoustic equation of the second order. Goursat problem. Determination of acoustic stiffness and potential. Numerical methods.
Aug. 22	Gelfand-Levitan-Krein approach for coefficient inverse hyperbolic problems.
Aug. 24	Linearization method for wave equations. Numerical methods for solving linear inverse problems.
Aug. 29	Inverse problems for heat equations. Black-Scholes equation. Burgers equations. Ill-posedness.
Aug. 31	Coefficient inverse problems for parabolic and hyperbolic equations. Relations between inverse problem formulations. Regularization methods.

FEEDBACK FROM STUDENTS

COMMENT 1

在参与了暑期学校《科学计算前沿》这门课程后，我对现代前沿数学有了更为深刻的了解与认识，再结合上学期学过的《数值分析》这门课后，感觉对计算数学认识更深更彻底，自觉大有裨益，收获良多。这门课程由逆问题与不适定问题引入，讲解了何为不适定问题，在讲解与定理证明中感受到了这门学科的内在逻辑与丰富内涵。这些理论对我们未来数学的研究打下了很好的基础，外教授课更是锻炼了我们接受国外先进理论的能力，提前适应英文教学，对以后求学有莫大帮助，在此课程中，感受到中外教学的不同与各自独特之处，收获匪浅，非常有幸能有这次暑期学校学习的机会。

COMMENT 2

相比于之前的中文授课，英文授课对于我们的听力水平有了较高的要求。同时，在我们学习完《数值分析》之后，这个课程也对我们的基础进行了一定的巩固。英文教学带来了几个收获：其一，英文决定了有很多已经学过的专业名词在第一时间是我不清楚的，在这4周的课程中，我基本是处于一边听一边利用词典查单词的状态，也算是积累了不少的专业词汇；其二，对于我之后对于英文教授课有了一定的适应能力，在大三课程的方案中，我们有双语教学课程的要求，暑期学校本课程的开设，让我对于之后的双语教学课程有了一定的适应力，能更高效地学习新的知识。在这门课程的学习中，我不仅仅得到了课程内的知识，也在课程外吸收了许多不错的课外知识，提升了自己的团队协作能力，收获颇丰。

COMMENT 3

在暑期学校，我参加了俄罗斯教授 Maxim A. Shishlenin 的科学计算前沿选讲这门课。教授从实际问题出发，结合我们上学期学习的数值分析这门课程，对不适定问题的理论和数值计算方法做了深入的阐述。虽然我们对科学计算这门课程的基础有些薄弱，偏微分方程和计算方法这两门课还没有学，不过听下来还是认为收获颇丰。

从学生角度出发，我认为这门课开在大三下学期的暑期学校更为合适。目前我们对科学计算的基础还较为薄弱，只学习了数值分析这一门课程。此外，可以听出教授介绍问题时讲的很慢，应该也是考虑到了我们的专业水平还有些欠缺。不过虽然完全跟上有些吃力，但是我想接触了一门全新的领域总归是有乐趣的。

在数值分析课程中对方程正向解的稳定性进行了理论分析和数值求解，在这门课我们研究了其反问题的分析方式，理论体系更加完善。并且，在结课作业的编程环节中，我们小组分工完成了 MATLAB 编程计算工作。为了解决数值积分求解和矩阵运算，我对 MATLAB 中有关矩阵方程的运算方式有了更深的理解，同时复习了数值分析课程中辛普森公式，复化求积公式等方法的编程思路。希望未来能够学习更多相关知识，争取对该领域融会贯通。

COMMENT 4

在这一次暑期学校的学习生活中，我选择了科学计算前沿选讲这一门课程，在课程进行的这四周内，我发现我在学习过程中主要遇到了两个挑战，也得到了成长。首先第一个困难就来自于崭新的外教上课的形式，我觉得外教老师更侧重于例子的讲解，理解的过程，对于特殊情况或者说是实际应用情况的讨论与讲解，而我觉得我们的日常教学更多偏重于这个理论或者说是定理本身的介绍以及推导运用。对我自己而言，这一门课程对我的英语能力也是一次挑战，由此，在这一次暑期学校的过程中，我也整理了很多相关的单词，偏于专业词汇，增强了我学习的效率。

第二个问题就在于对于专业知识的认识、理解以及记忆。这一次暑期学校的知识点主要集中在于不适定问题，会大量运用到矩阵变化，线性方程组求解等高等代数知识点，在这方面的知识我已经有了一定量的遗忘，这也提醒我自己一点，就是对于以前学习的重点知识要进行复习以达到巩固基础的作用。同时课程中也出现了一些我们暂时还没有熟练运用、但推导过程中用到的知识。助教在课程的末尾用中文讲解了课程的要点，以及总结，带着我们复习回顾了一遍，我发现自己在蛮多的地方错误地理解了老师的意思，以此也提醒我其实在遇到自己不能理解的地方，要积极地去跟同学们讨论，或者跟老师进行交流，助教很多总结性的语言使得我受益匪浅，让我对问题有了一层新的理解。

COMMENT 5

这门课程还是颇有难度的，但也收获颇多，主要因为对我而言，课程的核心概念——反问题与不适定问题，是接近全新的事物；其次课程内容的载体和工具，开头用偏微分方程的各种边值条件引入反问题，用 Fredholm 积分方程讲述不适定问题，还直截了当地用了很多泛函分析的方法、结论来讨论问题，这些都是我所不熟悉的（不过也激发了学泛函分析的兴趣，这确实是应用广泛的知识）。

讲课老师是很好的,但我从小听着听力考题发音学出来的哑巴英语着是跟不上他的毛言毛语,有些可惜。

COMMENT 6

今年的暑期学校我非常开心能参加这样一门课程。暑期学校的意义在于让我们能更好的进入并适应学习状态,从暑假的安逸中走出来,更好的进入秋季学期。我认为科学计算前沿选讲这门课很好的诠释了暑假学期的作用,课程压力不大,几乎没有作业,课程内容探讨性和开拓性较强,让我们在学习的时候没有很大的压力,且最后也没有设置测试类型的考核,让我们学习得比较心安。然后这门课还有一大特点是请来了俄罗斯的 Maxim Shishlenin 教授进行授课,对我来说这是大学第一次听外教上课,虽然平时经常看一些英文的视频及影视作品,但这种没有字幕的听英语经历还是十分少的,且内容是数学专业方面的,虽然俄罗斯教授带有一点点俄罗斯口音,但这对于我的英语水平及听说都有一定程度的提升。英语授课是国际化的东西,要想接收到世界最先进的东西及进步的前沿,能掌握听懂英语授课的能力是必不可少的。总的来说,这一个月暑期学校有这门课程的陪伴还是收获颇丰的。老师和助教都十分认真的致力于解决教学上遇到的问题,毕竟远程授课有他的不稳定性,助教和老师都十分有耐心,细心帮助我们解决课程以及作业中遇到的问题。非常感谢东南大学和数学学院能给我一个接受外教教学以及开拓知识的机会,让我的大学生活更加丰富,前途更加光明。

COMMENT 7

为期四周的暑期课程结束了,《科学计算前沿选讲》这门课学习的内容十分丰富,将一些物理现象、以前学过的知识等等与数学联系起来,进一步激发了我学习数学的兴趣,坚定了以后在数学领域走下去的计划。通过老师的讲解和课下自己学习,我受益匪浅,了解了适定问题与不适定问题,并且在作业中更直观地理解到不适定问题求解的难度。此外,这也是我第一次接触到了“反问题”这个概念。之后的课程学习,我又对老师讲到的声波方程、梯度法、偏微分方程等进行了了解,感受到了这一课题的研究确有它的价值。

生活中处处有数学,现在,数学的研究已经遍及现代化生产、生活、研究的各个领域。暑期课程的学习,不仅让我感受到了我们学习的意义所在,还开阔了眼界,外教上课的教学模式也让我的英语能力有了提升,对未来的工作学习有帮助。即将升入大三的我,将带着对数学的热情投入到课程的学习中。

FEEDBACK FROM TEACHERS

本次《科学计算前沿选讲》课程有幸邀请到著名专家 Maxim A. Shishlenin 教授讲授不适定问题的正则化方法及数值计算。主讲人前期将学习重点放在引入不适定问题与反问题上，从其应用的角度来引导学生理解这两个概念。随后着重讲解求解不适定问题的正则化方法，通过方法总结对比，加深对正则化方法的理解。在作业的选取方面，选择同学们在二年级学习的数值积分作为实例，让同学们能真正实际使用正则化方法解决不适定问题问题，不仅将知识融会贯通，并进一步培养了同学们的编程思维。对于课程后期所涉及到的微分方程组，也是为同学们在三年级学习《数学物理方程》做了一些引入与了解。本课程主题虽然对于数学专业本科生准三年级来说，具有一定的难度，但基于主讲人的安排，课程很好地起到了承上启下的作用。

课程采用线上教学的模式，主讲人基于 Zoom 实时讲授。除主讲人外，还安排了教授与助教负责答疑，对同学们的问题及时回复，并在最后安排了重点知识的总结与答疑课，帮助同学们更好地理解与吸收。课程考核采用分组讨论、作业、编程与总结报告的方式，同学们通过分组合作完成编程作业，在讨论中发现问题并解决问题。

总体来看，本课程基本达到了预定的教学目标，得到了同学们的正面评价和反馈，一致表示在本课程的学习中收获颇丰。但在今后的本课程开展时，还是要考虑如何更好地引导学生快速进入英文教学模式，在课程内容上，考虑更集中于同学们已有一定基础的部分进行深入讲解。

Introduction

Let us formulate the direct initial-boundary value problem for the acoustic equation: it is required to find a solution $u(x, t)$

$$c^{-2}(x)u_{tt} = \Delta u - \nabla \ln \rho(x) \cdot \nabla u + h(x, t), \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x), \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = g(x, t). \quad (3)$$

Here $u(x, t)$ is the acoustic pressure, $c(x)$ is the speed of sound in the medium, $\rho(x)$ is the density of the medium, and $h(x, t)$ is the sources function and domain

$$\Omega \subset \mathbb{R}^n \text{ with boundary } \Gamma = \partial\Omega, \quad \mathbb{R}^n \text{ is a Euclidean space,} \quad (4)$$

$$J(q) = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} [u(x, y, T; q) - f(x, y)]^2 dx dy \rightarrow \min_q$$

\Rightarrow $AQ = F$
 system of linear algebraic equations
 $A^{-1} \Rightarrow Q = A^{-1} F$
 direct method

gradient method
 iteration process:
 each iteration \rightarrow direct adjoint
 ≈ 10000 iterations
 iterative method

f - other data

科学计算前沿选讲(东南大学2022年国际暑期课程) 举报 一 口 X

聊天 公告 相册 文件 应用 设置 v

2022/8/31 15:32:02

以下为问题汇总, 各位同学可参考, 有不清楚的地方随时联系我即可。

1. 作业是数值求解 q , 比较 q 的数值解与精确解的绝对误差与相对误差。其中 f 需要使用 K 和 q 的精确解计算得到, 可直接数值计算积分得到。
2. 问题五, 是对带有误差的 f , 采用问题2-4的正则化方法计算, 记录正则化参数。带有误差的 f 按照作业中提供的公式计算。正则化参数的不同, 解的误差也会不同, 故需要选取合适的正则化参数。
3. 问题二, 不会求解伴随没有关系, 按照讲解的直接先离散 K 再正则化, 此时 K^* 即为矩阵 K 的共轭转置矩阵, 直接计算 $(\alpha I + K^*K)q = f$ 求解 q 。问题三也是直接对方程求解。
4. 个人提交的学习总结, 没有什么要求, 总结自己的学习所得即可。小组作业报告内需包含数值结果与运行代码。报告内注意包含课程名, 姓名与学号。个人学习总结与

群通知
【公告】同学们好, 我是数学学院王海兵, 《科学计算前沿选讲》授课教师为俄罗斯科学院西伯利亚分院的Prof. Maxim A. ...

群成员 7/96

- 魏婉梦
- 王海兵
- 姚青云
- 07320115何琳琳
- 07320123柴芝川
- 07320132王子乔
- 付嘉乐 07Q学委
- 团子
- 07120109印欣怡

关闭(C) 发送(S) v