



2023 International Summer Courses on Analysis, Algebra and Computation



Summary Report

China·Nanjing

Aug. 21 – Sep.17, 2023



**Introduction of SEU
2023 International Summer School Program**



Onsite Teaching, See you @ SEU in 2023 Summer

<p>Course 1: Selected Topics in Modern Mathematics</p> <ul style="list-style-type: none">Hours/Credits: 24 hours/ 1 credit, QQ:670171260Lecturer: Dr Sofya Titarenko (Leeds University)Objectives: From this course, students should learn how to formulate and analyze variational problems and be able to apply the Calculus of Variations to a range of minimization problems in physics and mechanics.	<p>Time Period</p> <p>Aug. 14 –Sept.10, 2023 Onsite Teaching</p>
<p>Course 2: Selected Topics in Advanced Algebra</p> <ul style="list-style-type: none">Hours/Credits: 32 hours/ 1.5 credit, QQ:782840764Lecturer: Prof. Dragana S. Cvetković-Ilić (University of Niš)Objectives: After the course, students will be familiar with the basic knowledge of the theory of generalized inverses and its possible applications, and be able to follow certain more advanced topics from this field.	<p>Requirements</p> <p>Mainly for college sophomore or above with major in science and engineering</p>
<p>Course 3: Selected Topics in Frontier of Scientific Computation</p> <ul style="list-style-type: none">Hours/Credits: 24 hours/ 1 credit, QQ:805714955Lecturer: Prof. Zhongqiang Zhang (Department of Mathematical Sciences, Worcester Polytechnic Institute, USA)Objectives: The main purpose and characteristic feature of this program is to introduce the basic ideas and classical algorithms for high dimensional problems arising in science and engineering. The topics include numerical integration and approximation in high dimensions, dimensionality reduction methods, probably approximately correct analysis, randomized algorithms. Applications to high dimensional elliptic problems will be discussed.	<p>Number of Participants</p> <p>150 SEU students, 50 international students</p>
	<p>Application Deadline</p> <p>July 30, 2023</p>
	<p>Host & Organizer</p> <p>Southeast University / School of Mathematics</p>
	<p>Contact Information</p> <p>Dr. Zhao Xuan / 101012007@seu.edu.cn</p>



Contents

Course 1: Selected Topics in Modern Mathematics	1
Course 2: Selected Topics in Advanced Algebra	7
Course 3: Selected Topics in Frontier of Scientific Computation	16
Student Name List.....	22

COURSE 1: SELECTED TOPICS IN MODERN MATHEMATICS

Hours/Credits 24 hours (August 21 - September 10, 2023) / 1 credit

Onsite Teaching

Description The calculus of variations concerns problems in which one wishes to find the extrema (usually the minima) of some quantity over a system that has functional degrees of freedom. Many important problems arise in this way across pure and applied mathematics and physics. In this course it is shown that such variational problems give rise to a system of differential equations, the Euler-Lagrange equations. These equations, which have far reaching applications, and the techniques for their solution, will be studied in detail.

Instructor **Dr. Sofya Titarenko (Leeds University)**



主讲人: Dr. Sofya Titarenko

Sofya Titarenko obtained her PhD in Physics (Applied Mathematics) in 2011 at the Moscow State University, Faculty of Physics. During the PhD, she worked on removing ring artefacts from computerised tomography images using ill-posed inverse theory. After the PhD, she moved into the area of computation geoscience. For the next six years, she worked with a team of geologists and geophysicists at the University of Leeds. She was involved in computational modelling of hydrothermal circulation and seismic wave propagation through the fractured media.

In 2017 she moved into the School of Mathematics (University of Leeds), working on algorithms for processing data. For example, she worked on developing fast algorithms for pattern mining in medical data. Since that, her predominant research interest has been the development and application of methods in problems of Data Science. She works with applications such as electronic health records, biological sequences, omics data, engineering, and medical and biological images. From 2021, she is a lecturer in Statistics at the School of Mathematics, University of Leeds, UK.

PREREQUISITES

Calculus

COURSE OBJECTIVES

Students will:

- learn how to formulate and analyze variational problems;
- be able to apply the Calculus of Variations to a range of minimization problems in physics and mechanics.

CLASS SCHEDULE

Day	Contents
Aug. 23	Introduction. Functional derivative. Euler-Lagrange Equation. Examples. Revision.
Aug. 25	The fundamental Lemma of Calculus of Variations. The Euler-Lagrange equation. First Integrals of the Euler-Lagrange equation. A few important points. Examples.
Aug. 28	The Brachistochrone. Mathematical formulation. The solution. Examples. Fermat Principle.
Aug. 30	The Law of Reflection. Law of Refraction (Snell's Law). Fermat's Principle and the Calculus of Variations.
Sep. 1	Several dependent variables. Higher derivatives. Variable boundary conditions: undetermined endpoints. Examples.
Sep. 4	Calculating the second variation. Legendre's condition. Examples.
Sep. 6	Integral constraints: general theory. Examples.
Sep. 8	Examination.

FEEDBACK FROM STUDENTS

COMMENT 1

经过三个星期的课程学习，由 Sophia 老师主讲的现代数学选讲课程在我们的欢声笑语中结课了，在这不算长的学习时间里，我却收获了很多。以下是我的一些课程反馈：

首先这门课作为一门全英文课，并没有给我带来想象中的语言和理解困难，Sophia 老师的讲课速度把握的很好，让我能很轻松的知道她现在在讲什么，值得一提的还有她的 PPT，真的做的十分规范，即使我有一两句漏听或不明白某个单词的意思，我还是可以很快的从 PPT 上找到相关信息，并不会影响我听课的节奏。这门课提升了我的语言信心，让我不再那么畏惧全英文的课程，甚至还产生了去国外交流学习的想法。

其次，这门课的内容也很适合我们这些刚上大三的数学系同学。变分法及其应用是泛函分析里的一部分，这门课帮我们提前了解了一些基础概念，虽然基础，但是该有的细节全部都有，各种变式、特殊情况老师都会悉心的在黑板上手写演示推导过程，真的称得上是面面俱到。

最后，这门课的考核方式我觉得十分合理，锻炼了我们的综合能力。不同于以往“一考定成绩”的方式，现代数学选讲的成绩构成包括作业、组内互评、海报制作、海报讲解等多个内容，让我觉得这堂课的考核就像一个小型的国际学术会议，大家做了自己的学术海报，介绍给其他参会者，由其他参会者来进行评价。锻炼了我们的海报制作能力、评价他人的能力、英语口语表达的能力，这在其他课程上是收获不到的。

当然，任何东西都不会是完美的。我同样对现代数学选讲这门课有以下两点提议：

- 1、可以适当增加小组数，小组数过少导致每组人数过多，难免会有同学浑水摸鱼，但是最终讲解大多数组都是由一个同学讲，这样有的同学明明什么都没做却沾了小组的光。

- 2、海报讲解的过程最好放到室内或光线较好的时间段或地区。在最终考核时，我们是在走廊里进行讲解，可是当时已是晚上，光线很暗导致海报有些细节展示不出，可能会影响一些小组的发挥。

最后在此感谢 Sophia 老师的悉心教导和王小六老师以及助教姐姐的辛苦陪伴，希望现代数学选讲这门课能越开越好，数学学院能请到更多像 Sophia 老师这样优秀的国外讲师，同学们的能力能够真正的得到提高！

《现代数学选讲——变分法》是一门极具挑战性和深度的课程，但老师的给出的例题和耐心讲解使得这个复杂的主题变得更加容易理解。课程的组织结构非常清晰，从欧拉-拉格朗日方程的基础概念，到变分法在经典物理问题中的应用，老师在一步步引导我们，确保了我们的学习进程顺畅而有条理。

对于结课报告，我认为这是一个非常有益的学术活动。通过小组合作，我们有机会深入研究变分法是如何解决最速降线以及最小旋转面积等经典物理学问题，并将我们的研究成果呈现给全班。这种实际应用的机会不仅有助于我们更好地理解课程内容，还锻炼了我们的研究和表达能力。此外，听取其他小组的报告也为我们提供了更广泛的视野，让我们了解到变分法的原理以及在不同领域的应用。

总之，我对这门《现代数学选讲——变分法》课程和结课报告的经验感到非常满意。感谢老师们的辛勤付出。

COMMENT 3

“现代数学选讲”是一门非常有价值的暑期数学课程，Sofya 老师从悬链线问题引入，主要讲述了在不同情况下如何应用 Euler-Lagrange Equation 并解决有关问题。以下是我对这门课程的反馈：

Sofya 老师在课堂上的讲解虽然使用英语，但发音清晰并且用词易懂。她在课上经常通过实例来解释概念和定理，帮助我更好的理解讲授内容。

这门课程的考核方式主要包括作业和小组展示。作业难度适中，在课堂上认真听讲后，课下并不会花费太多时间。最终小组展示需要小组成员的通力合作，Sofya 老师认真负责，对每个小组最终展示都提出了修改意见。

总之，通过暑期对“现代数学选讲”的学习，我不仅掌握了解决相关问题的能力，也是对自己英语水平的一次锻炼。

COMMENT 4

现代数学选讲这门暑期课程采用全英文授课，通过深入浅出的方式讲解了变分法的相关知识，并且以小组项目的形式进行最终考察，很好的锻炼了同学们的自主探究和合作学习的能力。这门课程老师讲授十分清楚，并且给予同学们当堂练习的指导和反馈，最终的项目也能够反映同学们学习的内容。总的来说，我非常喜欢这一门暑期学校课程。

COMMENT 5

我认为“现代数学选讲”这门课程很好，这门课程不仅有严谨细致的理论推导以增强我们的数学理论推导能力；还加入了现实中的问题，以教会我们变分法在现实中的应用。此外，老师的讲述深入浅出，严谨而不失趣味。总而言之，在暑期课程中添加这门课程是明智之举。

COMMENT 6

“现代数学选讲”课程主要涉及泛函分析中的变分法问题，即在一个以函数为变元的系统上找到某个量的极值（通常是极小值），从这一问题出发导出微分方程组，即 Euler-Lagrange 方程组。在这门课程中，老师循序渐进，从纯数学和应用数学与物理这几方面说明变分法的在实际问题中的广泛应用，并以此导出数学问题。此外在这门课程中，老师在讲完定理的证明后，在课堂上讲解了大量例题帮助同学们理解应用所学的定理和性质。并且通过小组交流合作的方式，让每位同学参与其中。

对于该课程的改进，我建议本课程涉及的内容可以更加丰富与前沿，类似于本次暑期学校的另一门课程“科学计算前沿选讲”，在该课程中，老师讲解许多前沿的科学计算领域的方法和数学思想，开拓同学们的眼界，更好了解科学计算领域的一些内容。相较之下，本课程更多讲解已经比较成熟的理论，并且该理论也会在后续“数学物理方程”课程中学到，会有一定的重复性。

FEEDBACK FROM TEACHERS

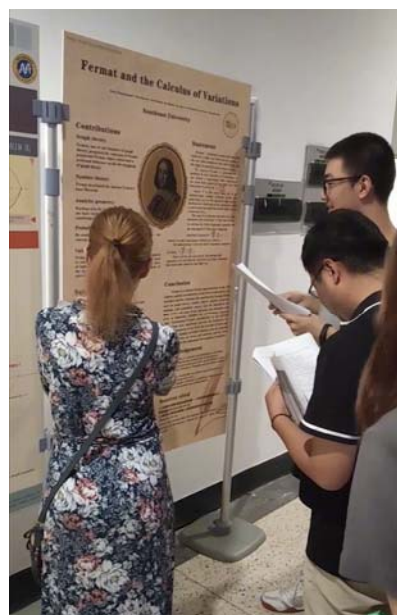
《现代数学选讲》是在数学专业本科生二年级结束时开设的一门课程。本学期课程邀请了合作院校利兹大学讲师 Sofya 博士过来线下授课。主讲人通过选取“变分法”这一难度适中的主题，介绍分析学基础课程的理论应用，一方面对之前所学知识进行融会贯通，另一方面为后续课程学习做好铺垫。

课程引进了利兹大学给本科生讲授变分法时的全套课程资源，包括讲义、习题、测验、解答等。课堂教学全部由 Sofya 负责主讲，采用的是 PPT+板书相结合的方式。主讲教师还设计了课堂前测、课堂小组讨论等环节。课后习题分为预习题、复习题和作业题三种类型，其中作业题要求学生提交，学院任课教师负责批改和反馈。课程的结课方式采用的是分组制作海报进行汇报的方式。海报的主题由主讲教师提供，小组自行选择，在截止时间之前完成海报制作，学院负责打印布展。结课当天，主讲教师、学院任课教师一起查看各个小组的海报，并听

取汇报，然后进行打分。两位老师的平均分数作为海报得分。与此同时，同学们也可以进行想问和请教，并在最后由同学们选出一个最佳海报。

课程考核成绩包括平时成绩和海报成绩两部分。平时成绩主要参考作业提交情况，占 20%。海报成绩依据的是老师评分，占 80%。但是在确定小组成员分数时，需要乘以一定的校正系数。该系数确定的办法如下：每个同学提交一份自我小结，在小结中需要给所在小组每个成员的贡献进行打分；教师根据每个成员的贡献总得分进行排序，然后确定校正系数。

从学生们的反馈来看，此次授课效果非常不错，达到了预期的教学目标。他们对于课程的教学过程进行了认真细致的思考，并提出了很好的反馈意见和建议，这对于课程以后的教学非常有帮助。



COURSE 2: SELECTED TOPICS IN ADVANCED ALGEBR

Hours/Credits 32 hours (August 22 - September 14, 2023)/ 1.5 credit

Tuesday 8:00-11:25, Thursday 14:00-17:25

Platform: Tencent Meeting + QQ

Description

In this course, the students will be introduced to the basics of the theory of generalized inverses, the field that has grown much in the last years and is still growing. A lot of illustrations of the theory will be presented with applications in many areas. We will provide an overview of different classes of generalized inverses, their characterizations, different presentations and properties as well as their applicability to different problems inside and outside of mathematics.

After the course, students will be familiar with the basic knowledge of the theory of generalized inverses and its possible applications, and be able to follow certain more advanced topics from this field.

Instructor

Dragana S. Cvetković-Ilić (University of Niš)

Homepage: <https://www.pmf.ni.ac.rs/Dragana/index.html>



主讲人: Prof. Dragana S.
Cvetković-Ilić

塞尔维亚 Nis 大学数学系教授，国际线性代数学会 (ILAS) 董事会成员 (Member of the Board of Directors)，2004 年在 Nis 大学获得博士学位，现兼任湖北师范大学特聘教授，上海大学名誉教授，《J. Comput. Appl. Math.》、《Annals Funct. Anal.》、《FILOMAT》等学术期刊编委。主要研究方向为广义逆理论及其应用。在《Proc. Amer. Math. Soc.》、《Acta Math. Sci.》、《Linear Algebra Appl.》、《App. Math. Comp.》、《Linear & Multilinear Algebra》等国际著名杂志上发表学术论文 90 余篇，并被国际同行引用 670 多次。2010 年获得塞尔维亚“女科学家奖”，2014 年获得塞尔维亚数学会“数学科学成就奖”。

PREREQUISITES

Only elementary knowledge of linear algebra is assumed.

COURSE OBJECTIVES

After this course, students should

- be familiar with the basic knowledge of the theory of generalized inverses and its possible applications,
- be able to follow certain more advanced topics from this field.

CLASS SCHEDULE

Day	Contents
August 22	Introduction. Preliminaries: vector spaces, linear transformations, matrix representations, full-rank factorization, idempotents and projectors, adjoints.
August 24	Different classes of generalized inverses. Construction of $\{1\}$ -inverses and their properties. Existence and construction of $\{1, 2\}$ -inverses. Existence and construction of $\{1, 2, 3\}$ -, $\{1, 2, 4\}$ - and $\{1, 2, 3, 4\}$ -inverses. Discussions and quiz
August 29	General discussion and presentation
August 31	Explicit formula for Moore-Penrose inverse. Construction of $\{2\}$ -inverses of prescribed rank. Diversity of generalized inverses and their different characterizations. Discussions and quiz
September 5	General discussion and presentation
September 7	The Bott–Duffin inverse. An application of the Bott–Duffin inverse to electrical networks. Spectral Generalized Inverses. Spectral properties of a nonsingular matrix. Spectral inverse of a diagonalizable matrix
September 12	General discussion and presentation
September 14	The group inverse. Spectral properties of the group inverse. The Drazin inverse. Discussions.

FEEDBACK FROM STUDENTS

COMMENT 1

首先，我有幸参加本次高等代数研学课程，进行了四周的学习。这个主题不仅与我的专业领域有一定相关性，而且涉及到了许多我感兴趣和令我困惑许久的问题。通过本次研究与学习，我不仅解决了这些困惑，还学习了新的知识。我深知自己还有诸多不足，相信这些收获会给我未来的道路产生持续深远的影响。

COMMENT 2

通过本次课程，我深刻的感受到了：在数学中，任何困难的东西都是由非常简单的东西一步一步得到了，记得第一次 lecture 的时候，那个塞尔维亚老师让我们登陆了一个网站做了一些题目，说实话这些题目都不难，但是这就是对我们之前学过知识的一个总结，如果我们不注重这些知识，那我们要是听后面的性质，定理，证明等，很快就会听不懂了，正所谓“不积跬步无以至千里，不积小流无以成江海”，在平时的学习中，我们得脚踏实地，一步一步地将自己的知识体系往前推。

其次，我觉得探究式学习是非常好的，探究性学习的知识脉络是非常明确的，很多时候都有一种拨云见日的感觉；而记忆式学习很多时候是要求我们去记住东西，并且，记忆式学习很多时候是需要考试的，于是大家都会集中复习那几个比较重要的定理或者性质，反而忽视了知识体系的构架。

COMMENT 3

从我初次接触代数开始，我一直觉得这是一门非常理论化的学科。然而，通过这次的课程，我的观点发生了翻天覆地的变化。

首先，矩阵和线性变换的学习让我意识到，代数并不仅仅是一组抽象的概念和方法。它实际上是现实世界中各种现象的数学描述。当我学习如何使用矩阵表示和操作线性变换时，我开始意识到，无论是在物理、经济还是计算机科学中，这些工具都有着广泛的应用。

再者，BD-逆和谱广义逆的引入为我打开了一个新世界的大门。在过去，当我面对一个不可逆的矩阵时，我总是觉得束手无策。然而，这两种逆的概念教会了我，即使在传统的框架下遇到了难题，我们仍然可以寻找新的方法和视角来解决它。这不仅提高了我的问题解决能力，还教会了我在面对困境时如何思考。

此外，这门课程也加深了我对学习的认识。我开始意识到，真正的学习不仅仅是记忆和应用知识，更重要的是理解和创新。每当我深入研究一个概念或方法时，我都会尝试从不同的角度去看它，这使我能够在学习过程中不断发现新的知识点和应用。

在深化我的代数学习中，我发现真正的理解往往源自对一些基础定理或引理的深入研究。例如，当我学习到“矩阵的秩和其非零奇异值的数量相等”的定理，我意识到了矩阵秩与奇异值分解之间的深刻联系。再如，学习任何方阵都有一个 Jordan 标准型的引理，使我更加深入地了解矩阵的内在结构及其与特征值和特征向量之间的联系。这些定理和引理的学习使我对代数的本质和深度有了新的认识。

每一个定理或引理背后都隐藏着深厚的数学思想。为了真正理解这些定理，我不仅仅满足于证明它们，还努力深入其背后的意义，寻找与其他数学概念之间的联系。这种探索性的学习方式不仅增强了我的数学直觉，还让我更为深刻地体验到数学之美。

总而言之，这门课程不仅增强了我的代数知识，还改变了我对学习和问题解决的看法。我深深感谢这门课程为我提供的宝贵经验和洞见。

COMMENT 4

In this work, we have elucidated the pivotal role and profound implications of the concept of the generalized inverse, with a special emphasis on the Moore-Penrose pseudoinverse. Through a careful examination of various intrinsic properties and deep-seated relations with other matrix spaces such as kernel and null spaces, we have managed to shed light on the inherent connections that weave through the fabric of linear algebra theory.

Moreover, we introduced a series of significant theorems, each delineating a unique facet of the generalized inverse, thus contributing to a fuller and richer understanding of this subject. These theorems not only demonstrate the theoretical robustness surrounding the Moore-Penrose pseudoinverse but also pave the way for numerous practical applications, particularly in solving linear systems through the least squares method.

As we delve deeper into the realm of linear algebra, it becomes palpably clear that the generalized inverse, and more specifically the Moore-Penrose pseudoinverse, stands as a cornerstone in this field. Its multifaceted nature allows for a versatile set of tools that can be employed to address a wide range of problems, from the simple to the complex, forging pathways to solutions that are both elegant and efficient.

In future endeavors, it would be beneficial to further explore the nuanced behaviors of the generalized inverse in different matrix configurations and its interactions with other linear algebra concepts, potentially uncovering new properties and forging fresh perspectives in the rich tapestry of linear algebra theory.

Through continuous exploration and deep understanding, we embark on a journey to unlock even greater potentials of the generalized inverse, steering towards a horizon of yet undiscovered possibilities and newer heights of mathematical sophistication.

COMMENT 5

在我看来，暑期学校的代数课是一个让我受益匪浅的课。经过四个星期的学习后，我学习了很多代数学的新知识，新定义，也学会了许多神奇的证明方法，对我以后的学习研究都有很大的帮助，但是正如老师所说，四个星期只是很短的一段时间，学到的知识相比于日后也是很很小的一部分，最重要的是经过暑期学校的学习，能够有所感悟，对于学习的方法途径，如何学习，该怎么看待问题，发散问题都有自己的理解，这些才是最重要的。

COMMENT 6

在这些天的课程学习中，令我印象最深刻的是讲解 $A\{1, 2, 3, 4\}$ 群的那次课，那次课上的有一步证明过程深入我心，那是一个无中生有的技巧，这样的方法和思想让我受益匪浅，往小了说，作业题上就能用到，很快就给了我一条可行的解题思路，然而对我更深远的影响在于以后看问题不会再拘泥于仅有的条件，我也会试着自己去创造一些逻辑上合理自洽的条件出来，不止对于新知识的掌握，我在对于旧知识的巩固中也能看到这一思想的身影，例如学习概率论时一定会遇到的著名的重期望公式，就是假定预设事件为某一随机事件的条件事件从而分析出概率函数的重期望积分公式。

COMMENT 7

这一个月在高等代数研学课上掌握到了很多方面的具体知识。虽然时间短，掌握的知识比较零散，但老师的授课方式足以打开我的眼界，让我今后有能力在代数课乃至分析学等其它学科分支上积累更多的知识，并在观念上脱胎换骨。

COMMENT 8

对我而言，这次课最大的亮点在于外教上课和师生分享交替进行。Dragana CvetkovicIlic 外教的讲课是浅显易懂的，同时还会穿插课堂小测，闯关模式小游戏和实时排名也对我们起到了不小的激励作用，连续答对问题的连胜加分更是让我们抛弃了以往对小测得过且过、不在意正确率的侥幸心理，为了排名优胜认真听讲每一个知识点。不同于其他外教课，授课外教从头讲到尾，学生有时会因为语言差异对一个知识点模糊不清，但在线上授课的方式下又无法立即举手提问，从而导致后续的学习衔接都出现问题，被迫放弃主动思考变为被动接收；而本次课中小向老师会陪同我们一起听讲，并在多处请外教暂停，补充自己的相关了解和拓展，或对讲解不甚透彻的地方予以剖析，大大加快了我們跟上课程的速度。

度。同时，每周四的外教授课后，下周二时又会变为小向老师的拓展讲解和同学分享，大家根据上课讲解的内容在下课后查阅资料，分享自己的理解和感悟。理解一个知识点的最好方式便是不但自己学会，还能够给其他人讲明白，讲解的动力还会逼自己不允许任何模棱两可的情况存在，以应对任何可能的突发提问，这是真正学习的极高效率方法。如果没有分享这一环节存在，也许我只是老老实实听课，完成作业，并不会主动去做额外的学习；同时，没有标准答案的探究式学习也对自己提出了更高的要求，不仅仅是追求简单地做对题目，答案和课本一致即可。

COMMENT 9

在机缘巧合之下，我选择了《高等代数研学》这门课，在开始上课之前，我以为这门课和其他的数学课无异，但是在上过第一次课之后，才真正了解这门课的上课模式。这门课最大的特点就是具有足够的研讨时间以及宽泛的研讨主题，并不仅拘泥于传统的授课模式，也并没有将研讨内容局限于单一主题。

第一次课上，张老师以关于行列式的华罗庚不等式为例，引出了如何看论文、如何做研究的讨论。如果一篇论文因为语言的限制而看不懂，不管该论文使用的是英语、法语还是其他语言，都不应该有畏难心理，完全可以使用最简单的方法，对于看不懂的单词逐个查字典进行翻译。当然，现如今的文本翻译工具较为完善，可以使用翻译工具翻译大段甚至整篇论文的内容。因此，语言上的困难是可以解决的。当论文的内容以母语的形式展现之后，如果发现存在不懂之处，这时候需要先看这篇文章的参考文献。论文的作者是在看过这些参考文献之后才写出的这篇文章，而读论文的人并不一定看过这些参考文献，所以二者的起跑线并不相同。在查看参考文献之后，读者与作者之间起跑线可以有效缩减，这时候需要进行反思，既然看过了这些文献，能否写出这样一篇文章。我觉得这样的思维方式对我而言的很新颖的，多从这样的角度审视自己的能力，及时发现自己的不足之处，才能更好地提升自身的科研能力。除此之外，张老师还介绍了文献管理的方法，因为做科研时会接触到大量的文献资料，如果不能分门别类地存储并记录文献，那么在需要查阅的时候是非常低效的。现如今的文献大多都可以从网络上获取资源，这极大程度的方便了科研工作者的工作。

FEEDBACK FROM TEACHERS

课程特色与优点

用很短的时间让学生了解广义逆理论的历史，并详细介绍了复矩阵的几种重要的广义逆的定义、性质、计算方法及其应用。让学生认识到大一阶段在《高等代数》知识（特别是矩阵的秩、满秩分解、抽象的线性空间和线性变换）的后续

应用，同时体会了从实数域上的内积空间过渡到复数域上的内积空间时，有哪些新的知识需要注意。对学生的代数学思维起到了很好的强化作用。

通过本课程的学习，达到了很好的温故知新的效果。一方面加深了学生对已经学过的《高等代数》知识的理解，另一方面为进一步学习本科高年级以及研究生阶段的相关课程做了很好的铺垫。

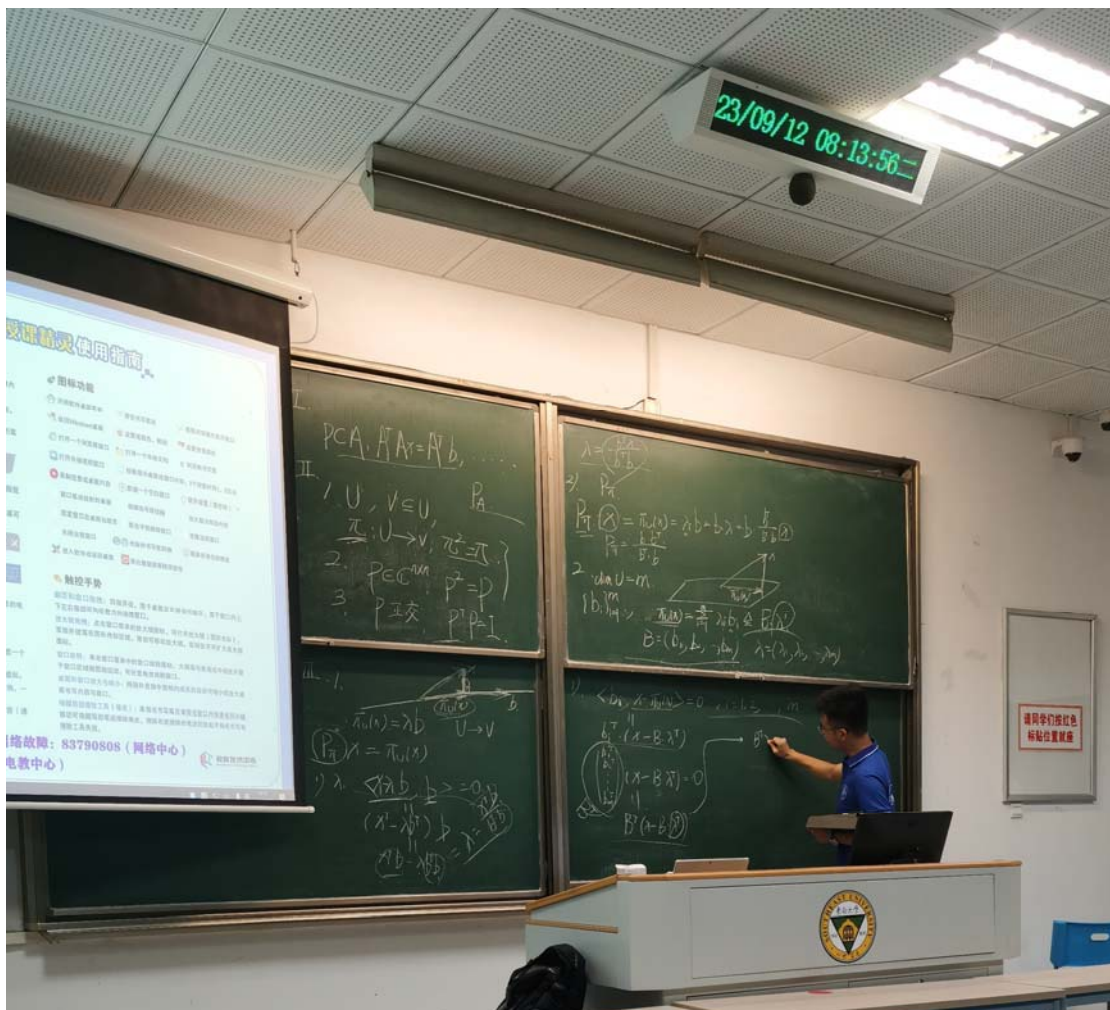


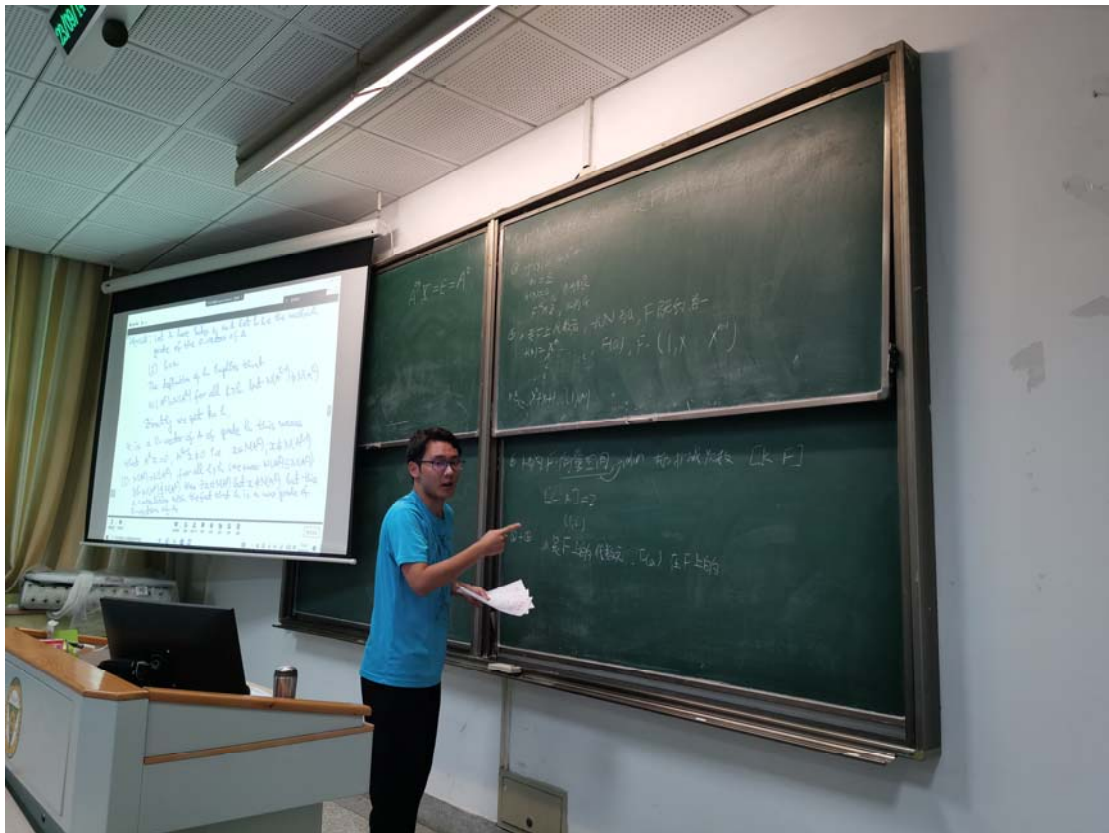
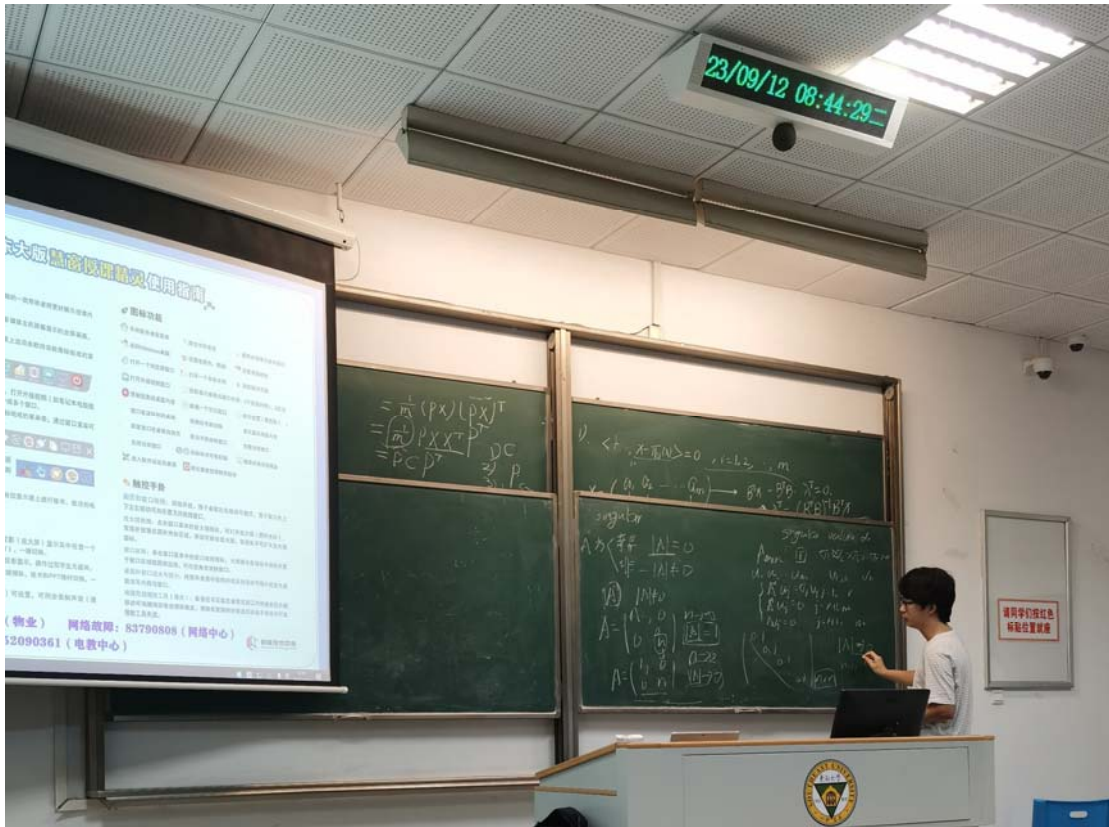
A screenshot of a WeChat chat window. The main content is a handwritten mathematical proof in Chinese. The proof discusses the singular value decomposition of a matrix $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$. It states: "Theorem (Urguhart): For any $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$, $Y = (A^*A)^{(1/2)}$, $A^* \in A \{1, 2, 3\}$ and $Z = A^* (A^*A)^{(1/2)} \in A \{1, 2, 4\}$. proof: Since $R(A^*A) = R(A^*)$, we get that there exists $U \in \mathbb{C}^{m \times m}$ such that $A^* = A^*AU$. $A^* = A^*AU \Rightarrow (A^*)^+ = (A^*AU)^+ \Rightarrow A = U^*A^*A$. Now, $A^+A = (A^*A)^{(1/2)}A^*A = U^*A^*A(A^*A)^{(1/2)}A^*A = U^*A^*A = A$, i.e. $A^+A = A$. So, $J \in A \{1, 1\}$. $\text{rank}(J) \geq \text{rank}(A^+A) = \text{rank}(A) = \text{rank}(A^*) \geq \text{rank}((A^*A)^{(1/2)}A^*) = \text{rank}(J) \Rightarrow \text{rank}(J) = \text{rank}(A)$. $J \in A \{1, 1\}$ and $\text{rank}(J) = \text{rank}(A) \Rightarrow J \in A \{1, 2\}$. $A^+ = U^*A^*A^+ = U^*A^*A(A^*A)^{(1/2)}A^*A = U^*A^*AU = \text{Hermitian}$. $J \in A \{1, 3\}$. Hence, $J \in A \{1, 2, 3\}$.

The chat log on the right shows a message from hui: "同学，你有这两次课程的录屏吗？" and a response from DraganaCvetkoviclic: "https://quizizz.com/join?gc=178971&source=liveDashboard". The chat window title is "正在讲话: DraganaCvetkoviclic; 张小..." and the member count is 19. The bottom of the chat window shows meeting controls like 静音, 开启视频, 共享屏幕, 邀请, 成员(19), 聊天, 录制, 响应, 应用, 设置, and 离开会议. The system tray at the bottom shows the time 16:53 on 2023/8/31.

Quizizz Live Dashboard - Summary

Names	Score	Accuracy	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
1 ZhugeYuxiao	15000	100% (19 / 19 pts)	60%	73%	47%	93%	67%	73%	67%	93%
2 Yuxiao Yan	14100	100% (19 / 19 pts)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
3 MINGJIAN ZHONG	11400	84% (16 / 19 pts)	!	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
4 Zchen	11000	89% (17 / 19 pts)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
5 61520716陈云	10500	74% (14 / 19 pts)	!	!	✓	✓	✓	✓	✓	✓
6 OK	10100	84% (16 / 19 pts)	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓
7 梅强	9700	79% (15 / 19 pts)	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓
8 王朝阳	8500	68% (13 / 19 pts)	✓	!	✓	✓	!	!	!	✓
9 Kenshin	7400	63% (12 / 19 pts)	!	✓	✓	✓	✓	!	!	✗
10 Li Yijin	7100	58% (11 / 19 pts)	✓	✓	!	✓	✗	✓	✗	✓
11 07Q21121师伊飞	6900	58% (11 / 19 pts)	!	✓	!	✓	✓	✓	✓	✓
12 cjl	6600	58% (11 / 19 pts)	!	✓	✗	✓	!	✓	✗	✓
13 Fei Peng	4800	42% (8 / 19 pts)	✓	✗	!	✓	!	!	!	✓
14 Shuqiliu	3000	26% (5 / 19 pts)	✓	!	!	!	!	!	!	✓
15 Luo Yingxuan	2400	21% (4 / 19 pts)	✗	!	✗	✓	!	!	✗	✓





COURSE 3: SELECTED TOPICS IN FRONTIER OF SCIENTIFIC COMPUTATION

Hours/Credits 24 hours (August 21 - September 18, 2023) / 1 credit
 Mon. 8:00 – 10:35, Thurs. 8:00 – 10:35
 Online Platform: Tencent Meeting (883-485-9937) + QQ

Description

The main purpose and characteristic feature of this program is to introduce the basic ideas and classical algorithms for high dimensional problems arising in science and engineering.

The topics includes numerical integration and approximation in high dimensions, dimensionality reduction methods, probably approximately correct analysis, randomized algorithms. Applications to high dimensional elliptic problems will be discussed.

Instructor

Associate Prof. Zhongqiang Zhang

Department of Mathematical Sciences, Worcester

Polytechnic Institute, USA (Email: zzhang7@wpi.edu)

Homepage: <https://www.wpi.edu/people/faculty/zzhang7>



主讲人: Associate Prof.
Zhongqiang Zhang

Zhongqiang Zhang 博士分别毕业于上海大学数学系（2011）和美国布朗大学应用数学系（2014）。主要从事数值分析和科学计算。在计算数学顶级刊物发表多篇学术论文。以第一作者与 Professor George Em Karniadakis 合著《Numerical methods for stochastic partial differential equations with white noise》一书。

Zhongqiang Zhang received the Ph.D. degree from Shanghai University (Mathematics) China in 2011, and the Ph.D degree from the Brown University (Applied Mathematics) USA in 2014. He is currently an Associate Professor of the MATHEMATICAL SCIENCE at the Worcester Polytechnic Institute, USA. His research

interests include developing and analyzing scientific machine learning algorithms for problems in various applications, especially in fluid dynamics, biology, and finance. The research is twofold: one is to construct efficient and stable algorithms; the other is to evaluate the constructed and existing methods through theoretical analysis.

PREREQUISITES

Calculus, Linear Algebra, Differential Equations, Numerical Analysis. Students are strongly encouraged to use MATLAB for programming.

COURSE OBJECTIVES

After this course, students should be able to

- understand the basic concepts in high-dimensional problems
- master the randomized algorithms for high-dimensional problems
- understand the applications of high-dimensional problems

CLASS SCHEDULE

Day	Contents
21-Aug 8: 00-10: 35	Introduction to high dimensional problems. Motivating Examples. Numerical integration in high dimensions: trapezoidal rule vs Monte Carlo methods
24-Aug 8: 00-10: 35	Least-squares formulation. Surprises in high dimensional problems.
28-Aug 8: 00-10: 35	Singular value decomposition: deterministic and randomized algorithms
31-Aug 8: 00-10: 35	High-dimensional approximation: I. kernel-based algorithms
4-Sep 8: 00-10: 35	High-dimensional approximation: II. functional analysis of variance and tensor decomposition

7-Sep	High-dimensional approximation: III. Dimension reduction methods
8: 00-10: 35	
11-Sep	Numerical stochastic differential equation and stochastic approximation
8: 00-10: 35	
14-Sep	Applications to high dimensional partial differential equations
8: 00-10: 35	

FEEDBACK FROM STUDENTS

COMMENT 1

这门科学计算前沿选讲课程给我留下了深刻的印象。通过学习 Kernel、SVD、Monte Carlo 等算法，我深刻认识到科学计算在解决高维问题与其他实际问题中的重要性。课程内容丰富多样，理论与实践相结合，让我掌握了实际应用技巧。通过课程的引导，我学会了优化和改进算法的思路，培养了创新思维和解决问题的能力。这门课程开拓了我的视野，我相信所学的知识将在我的科研和职业发展中发挥重要作用，为我打开更广阔的科学计算前沿领域的大门。如果能线下板书授课效果可能更好。

COMMENT 2

通过科学计算前沿选讲这门课程，我学习到了一些科学计算中时常涉及到的方法，比如：蒙特卡洛方法，奇异值分解法，最小二乘法，核方法等等，同时，通过老师的耐心讲解，我还了解到了其中一些方法在求解高维问题方面的应用，使我受益匪浅。我觉得这门课程开设得挺好的，课程内容很丰富，安排也很合理，对于我们计算数学专业的同学来说是非常适合的。其他方面的话，就是感觉英文授课给学习带来些许困扰。

COMMENT 3

作为一名数学专业的学生，我认为学习科学计算是一项非常有挑战性和有趣的事情。科学计算是一个快速发展的领域，它涵盖了各种各样的主题，包括编程、算法、数学理论分析等等。学习科学计算前沿选讲这门课需要具备一定的数学基础和逻辑思维能力，同时还需要有耐心和毅力去克服困难。在学习这门课的过程中，我发现自己不仅仅是在学习算法与理论，更是在培养一种解决问题的思维方式。科学计算前沿选讲这门课教会我们如何分析和解决问题，如何设计和实现高

效的算法,如何编写可行完整的代码。这些技能和思维方式不仅对数学专业有用,对其他领域也同样适用。

COMMENT 4

科学计算的前沿选讲课程让我深刻认识到数值计算在现代科学和工程中的重要性。它不仅是解决复杂问题的有力工具,还为我们提供了深入理解自然现象和数据的途径。课程中,我学到了数值方法,矩阵运算,微分方程求解等基础知识,以及如何使用编程语言来实现这些方法。这让我更加熟练地运用计算机来模拟和分析各种问题,从物理学到生物学。这门课程的感悟是,科学计算为我们提供了强大的工具,帮助我们更好地理解 and 改善世界。

COMMENT 5

什么是科学计算? 前沿知识又是什么? 这是我在上课前心里最深的疑问。张教授的讲课逐渐为我解答了这些疑惑。从开始的蒙特卡洛法、梯形公式,再到 SVD 方法、LS 方法,最后提到了快速傅立叶变换,我体会到了从大学课本到学科前沿、从简单的公式到深刻的理论。或许之中的很多内容我都没有完全掌握,但所谓“前沿”带来的开阔视野和先进思想,是可以让我一直受益的,这也是这门课对我的意义所在。

COMMENT 6

通过科学计算前沿选讲课程,我收获颇多。蒙特卡罗和随机投影让我看到了处理高维度问题的新方法; 奇异值分解和最小二乘法深化了我对数据处理的理解; 而 Kernel 方法和 Stein's 方法让我对机器学习和统计有了新的看法。

通过理论和上机实验相结合,让我更加明白了如何更好地解决实际问题。

此外,由于是线上授课,互动较少,部分内容我没有及时跟上,课后可以看看老师的录屏和课件弥补。

FEEDBACK FROM TEACHERS

本次《科学计算前沿选讲》课程有幸邀请到伍斯特理工学院的 Zhongqian Zhang 副教授讲授高维问题的数值计算。主讲人通过 π 的近似计算引入高维问题的计算,是目前机器学习、人工智能等领域所关注的计算数学前沿问题之一。张老师根据近几年的积累专门编写了该课程讲义,内容包括蒙特卡罗方法、随机投影方法、奇异值分解方法、最小二乘方法、核方法,最后还介绍了求解椭圆方程的 Stein 方法。该课程将数值分析、数理统计部分知识结合起来。在作业的选取

方面，既有贴合课程内容的算法证明，又有上机实践，课堂上提供机会给同学们上台用全英文汇报，锻炼了英文表达，通过讨论加深了对算法的理解。本课程主题对于数学专业本科生准三年级来说，具有一定的难度，但基于主讲人的安排，课程由浅入深，为后续学习《数值代数》和《微分方程数值解》做有益的铺垫。

课程采用线上教学的模式，主讲人通过腾讯会议实时讲授。除主讲人外，还安排了校内老师与助教负责答疑，对同学们的问题及时回复，并在最后安排了重点知识的总结与答疑，帮助同学们更好地理解所学知识。课程考核采用作业、课堂汇报、编程与总结报告的方式。

总体来看，本课程基本达到了预定的教学目标，得到了同学们的正面评价和反馈。但在今后的本课程开展时，还是要考虑如何更好地引导学生快速进入英文教学模式，能线下教学更好。

